

La pubblicazione dei quesiti delle precedenti gare avviene per concessione dell'UMI.
Il sito ufficiale delle Olimpiadi di Matematica è : <http://olimpiadi.dm.unipi.it/>

Quesiti tratti dalle Olimpiadi di matematica (triennio)
(in parentesi è indicato la gara e l'anno)

1) Per quanti valori del parametro c la parabola di equazione $y = x^2 - 8xc + c^4$ ha il vertice che giace su uno (almeno) degli assi cartesiani?

(A) nessuno (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) infiniti (gt 93)

2) Siano x e y due numeri reali tali che $x > y$. Quali delle seguenti uguaglianze è sempre verificata?

(A) $x^2 > xy$ (B) $x^2 > y^2$ (C) $\frac{x}{y} > 1$ (D) $x^3 > y^3$ (E) $x^4 > y^4$ (g99)

3) Se m , n e 1 sono le tre radici dell'equazione $x^3 - mx^2 + mx - 1 = 0$, allora la somma delle radici è:

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 (E) 3 (g 94)

4) Quanto vale $\sqrt[5]{2^4 \sqrt{2}}$

(A) $\sqrt[20]{2}$ (B) $\sqrt[9]{2}$ (C) $\sqrt[4]{2}$ (D) $\sqrt[20]{2^9}$ (E) $\sqrt[20]{4}$ (g97)

5) Qual è il numero intero che approssima meglio il numero $\frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 2}$?

(A) 2 (B) 7 (C) 14 (D) 18 (E) 29 (g 97)

6) In un piano cartesiano sono dati i seguenti punti:

A(0;15), B(20;0), C(0;0).

Qual è la larghezza minima di una striscia rettilinea che contiene tutti e tre i punti? (chiamiamo striscia rettilinea la porzione di piano compresa tra due rette parallele, comprese le due rette)

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 20 (g 97)

7) Quanti angoli maggiori di 90° può avere un quadrilatero non intrecciato?

(A) ne ha sempre uno (B) ne ha al più uno (C) ne ha al più due (D) ne ha al più tre (E) può averne quattro (g 96)

8) Se $x + \frac{1}{x} = 3$, quanto vale $x^2 + \frac{1}{x^2}$?

(A) 11 (B) 9 (C) 7 (D) $2 + 3\sqrt{7}$ (E) $1 + 4\sqrt{7}$ (g92)

9) Quale dei seguenti numeri è uguale a $\sqrt{8} + \sqrt{18}$?

(A) $\sqrt{26}$ (B) $2\sqrt{12}$ (C) 7 (D) $\sqrt{50}$ (E) $6\sqrt{2}$ (g95)

10) Lunedì ho acquistato delle azioni che martedì hanno perso il 10% del loro valore e mercoledì hanno guadagnato il 10% rispetto a martedì. Immediatamente ho venduto le mie azioni. Rispetto al prezzo iniziale il prezzo finale è:

(A) lo stesso (B) diminuito dell'1% (C) aumentato dell'1% (D) diminuito del 10% (E) aumentato del 10%. (g96)

11) In una prima ci sono 3 ragazzi ogni 2 ragazze. L'età media dei ragazzi è 14 anni e 2 mesi, quella delle ragazze 13 anni e 4 mesi. Qual è l'età media della classe?

- (A) 13 anni e 6 mesi (B) 13 anni e 8 mesi (C) 13 anni e 10 mesi
(D) 14 anni (E) il risultato dipende dal numero di alunni della classe (g97)

12) Si considerino i due numeri $x = \left(\sqrt{3}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$ e $y = \left(\sqrt{2}^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$. Si ha che:

- (A) $x = y$ (B) $x > y$ (C) $x < y$ (D) $x^2 - y^2 > 1$
(E) x ed y non si possono confrontare. (g98)

13) Sia x un numero reale tale che $x \log_{10} x < 0$. Questo equivale a :

- (A) $x < 0$ (B) $0 < x \leq 1$ (C) $x < -1$ (D) $0 < x < 1$ (E) $-1 < x < 0$
(g95)

14) Un quadrato ABCD è inscritto in una circonferenza di raggio unitario. Qual è la lunghezza del raggio della circonferenza che passa per A ed è tangente ai lati BC e CD?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $2(\sqrt{2} - 1)$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\sqrt{2}$ (E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (g99)

15) La città del mistero dista 500 km da Topolinia e 1200 km da Paperopoli. Qual è il minimo valore possibile per la distanza tra Topolinia e Paperopoli?

- (A) 500 km (B) 700 km (C) 1200 km (D) 1300 km (E) 1700 km
(g98)

16) ABCD è un quadrato ed EBC è un triangolo equilatero. Qual è l'ampiezza in gradi dell'angolo \widehat{AED} ?

- (A) 120° (B) 135° (C) 150° (D) 160° (E) nessuno dei precedenti (g94)

17) Claudia ha disegnato sul quaderno l'iniziale del suo nome, una C. il disegno è stato fatto tagliando esattamente a metà una corona circolare con raggio interno 1 cm e raggio esterno 4 cm. Quanto misura il perimetro della C?

- (A) 5 cm (B) 5π cm (C) $(6+5\pi)$ cm (D) $(5+6\pi)$ cm (E) $(6+10\pi)$ cm (g06)

18) Tra i 200 alunni di una scuola, 150 hanno partecipato ad una gara di chimica e 130 hanno partecipato ad una gara di fisica. Quanti alunni hanno partecipato ad entrambe le gare?

- (A) 70 (B) 80 (C) 120 (D) 130 (E) non è possibile determinare il numero in base ai dati del problema. (g06)

19) Qual è la cifra delle unità di 17^{17} ?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9 (g06)

20) Sia data una circonferenza. Chiamiamo Q il quadrato circoscritto alla circonferenza e Q' il quadrato inscritto nella circonferenza. Quanto vale il rapporto tra l'area di Q e quella di Q' ?

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$ (E) 4. (g06)

21) Andrea entra in un negozio con la somma di denaro esatta per comprare una caramella per ciascuno dei suoi compagni di classe, al prezzo di tredici centesimi ciascuna. Il prezzo delle caramelle però è sceso a dieci centesimi l'una e Andrea compra sei caramelle in più del previsto, finendo il denaro che aveva. Quanti sono i compagni di classe di Andrea?

- (A) 18 (B) 20 (C) 21 (D) 23 (E) 24 (g06)

22) Gli abitanti di un'isola si dividono in due categorie: quelli che sono sempre sinceri e quelli che mentono sempre. Fra tre abitanti dell'isola, Andrea, Barbara e Ciro, avviene questa conversazione: Andrea dice: "Barbara è sincera", Barbara dice: "Andrea e Ciro sono sinceri", Ciro dice: "Andrea è bugiardo". Possiamo concludere che

- (A) sono tutti e tre sinceri (B) sono tutti e tre bugiardi (C) Andrea e Barbara sono sinceri e Ciro è bugiardo (D) Andrea e Barbara sono bugiardi e Ciro è sincero (E) Andrea è sincero e Ciro e Barbara sono bugiardi. (g06)

23) Laura sta leggendo un libro e nota che il numero della pagina a cui è arrivata è divisibile per 3, 4, e 5. Qual è la cifra delle unità del numero della pagina successiva?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 9 (g06)

24) Francesco è interessato ad un modello di televisore che viene venduto nei supermercati Landscape a 800 Euro. Si accorge poi che nei negozi Ipersfera vendono lo stesso modello al 15% in meno e praticano uno sconto del 10% a tutti i clienti di nome Francesco. Quanto spende acquistando il televisore nei negozi Ipersfera?

- (A) 600 Euro (B) 612 Euro (C) 680 Euro (D) 720 Euro (E) 790 Euro (g06)

25) Il numero reale a è tale che l'equazione

$$x^2 + 2ax + 1 = 0$$

ha due soluzioni reali coincidenti. Quanti sono i possibili valori di a ?

- (A) Nessuno (B) uno (C) due (D) tre (E) quattro (g06)

- (A) (B) (C) (D) (E) (gt 93)
(A) (B) (C) (D) (E) (gt 99)
(A) (B) (C) (D) (E) (gt 94)
(A) (B) (C) (D) (E) (gt 97)

